

Berekenbaarheid 2006, toets 1

woensdag 15 maart, 11.45–12.30

Er zijn 3 onderdelen die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis. NB: Bij het ‘definiëren’ van een Turing machine moet je deze geven door middel van een *toestandsdiagram*.

1. Definieer een standaard Turing machine die bij een decimaal getal één optelt. Het input alfabet van deze machine is dus $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. (Als voorbeeld: met input ‘99’ moet de machine dus stoppen met op de tape de string ‘100’.)
2. Definieer een non-deterministische 2-tape Turing machine die de taal

$$\{uu^R \mid u \in \{a, b\}^*\}$$

herkent door eindtoestand. Zorg ervoor dat de machine bij input w na ten hoogste $\text{length}(w) + 3$ transities stopt.

3. Een Turing machine *met terugspoelen* is een variant van de standaard Turing machine waarbij de kop behalve één plaats naar links of naar rechts ook helemaal naar het begin van de tape kan gaan. Dit wordt aangegeven met de hoofdletter O . De pijlen in het toestandsdiagram zijn dus gelabeld met a/bL , a/bR , of a/bO . (In dit laatste geval wordt dus de a in een b veranderd, en wordt daarna de kop in één keer naar vakje nul van de tape verplaatst.) De transitiefunctie δ is in dit soort machines een partiële functie van $Q \times \Gamma$ naar $Q \times \Gamma \times \{L, R, O\}$.

Laat zien dat Turing machines met terugspoelen equivalent zijn aan standaard Turing machines, dus dat de Turing machines met terugspoelen ook precies de recursief opsombare talen accepteren. (Je mag hierbij gebruiken dat je weet dat Turing machines met meer sporen of meer tapes ook precies de recursief opsombare talen accepteren.)