

Berekenbaarheid 2008, inhaaltoets

dinsdag 6 januari, 11.45–12.30

Er zijn 3 onderdelen die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis.

1. Definieer door het tekenen van een toestandsdiagram een standaard Turing machine met input alfabet $\{a, b\}$ die zijn input verdubbelt. Dus bij input w moet de machine termineren met ww op de juiste plaats op de tape.
2. Laat zien dat het onbeslisbaar is of er bij een gegeven Turing machine M een input w bestaat zodat $M(w) = ww$ (waarbij de machine dus termineert met ww op de juiste plaats op de tape).
3. Laat $p(x, y)$ een primitief recursieve functie zijn. Definieer de functie $f(z)$ door:

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{als er } x \geq z \text{ en } y \geq z \text{ bestaan met } p(x, y) \neq 0 \\ \uparrow & \text{als dit niet zo is} \end{cases}$$

Laat zien dat f een μ -recursieve functie is. (Je mag hierbij gebruiken dat de functies op de achterkant van dit blaadje primitief recursief zijn.)

	$\text{id}(x) = x$	
	$z(x) = 0$	
	$s(x) = x + 1$	
	$p_i^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = x_i$	
	$c_n^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = n$	
$\text{pred}(y) = y \dot{-} 1$	$\text{eq}(x, y) = \text{als } x = y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{add}(x, y) = x + y$	$\text{ne}(x, y) = \text{als } x \neq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{mult}(x, y) = x \cdot y$	$\text{max}(x, y) = \text{het maximum van } x \text{ en } y$	
$\text{sub}(x, y) = x \dot{-} y$	$\text{min}(x, y) = \text{het minimum van } x \text{ en } y$	
$\text{exp}(x, y) = x^y$	$\text{quo}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } \lfloor x/y \rfloor \text{ anders } 0$	
$\text{sg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{rem}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } x \bmod y \text{ anders } x$	
$\text{cosg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 0 \text{ anders } 1$	$\text{divides}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ en } y \mid x \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{lt}(x, y) = \text{als } x < y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{even}(x) = \text{als } x \text{ even is dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{gt}(x, y) = \text{als } x > y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{prime}(x) = \text{als } x \text{ priem is dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{le}(x, y) = \text{als } x \leq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{pn}(x) = \text{het } x\text{-de priemgetal}$	
$\text{ge}(x, y) = \text{als } x \geq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$		(dus $\text{pn}(0) = 2, \text{pn}(1) = 3, \text{etc.}$)
	$\text{gn}_n(x_0, \dots, x_n) = \text{Gödel-getal van het rijtje } \langle x_0, \dots, x_n \rangle$	
	$\text{dec}(i, x) = \text{'}i\text{-de element in het rijtje bij het Gödel-getal } x\text{'}$	
	$\text{gdl}_n(x) = \text{'lengte van het rijtje bij het Gödel-getal } x\text{'}$	