

Berekenbaarheid 2014
Toets 2
15 december 2014

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is de som van de punten voor de vijf opgaven, plus nog 1 gratis punt. Veel succes!

1. Geef een code $R(M)$ van een Turing machine M met (2 punten)

$$R(M) \notin L(M)$$

Verklaar je antwoord.

[Zie de achterkant van dit blaadje voor een relevant stukje uit het boek van Sudkamp.]

2. Het probleem P_2 vraagt bij een gegeven code $R(M)$ of: (2 punten)

$$R(M) \notin L(M)?$$

Gebruik reductie om te bewijzen dat dit probleem onbeslisbaar is.

[Hint: beschouw het probleem $\overline{P_2}$ waarbij ten opzichte van P_2 de antwoorden 'ja' en 'nee' zijn omgewisseld.]

3. Voldoet het probleem P_2 uit de vorige opgave aan alle voorwaarden van de stelling van Rice? Verklaar je antwoord. (1½ punt)

4. De taal L_4 is gedefinieerd als (1½ punt)

$$L_4 := \{R(M) \mid R(M) \notin L(M)\}$$

Is deze taal recursief? Verklaar je antwoord.

5. En is de taal L_4 uit de vorige opgave recursief opsombaar? Verklaar je antwoord. (2 punten)

[Hint: laat eerst met behulp van de universele Turing machine U zien dat het complement van L_4 recursief opsombaar is. Hou er rekening mee dat dit complement ook alle woorden bevat die geen code zijn van een machine.]

(Relevant stukje van p. 355 van het boek van Sudkamp:)

A Turing machine M is defined by its transition function. A transition of a standard Turing machine has the form $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$, where $q_i, q_j \in Q$; $x, y \in \Gamma$; and $d \in \{L, R\}$. We encode the elements of M using strings of 1's:

Symbol	Encoding
0	1
1	11
B	111
q_0	1
q_1	11
\vdots	\vdots
q_n	1^{n+1}
L	1
R	11

Let $en(z)$ denote the encoding of a symbol z . A transition $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$ is encoded by the string

$$en(q_i)0en(x)0en(q_j)0en(y)0en(d).$$

The 0's separate the components of the transition. A representation of the machine is constructed from the encoded transitions. Two consecutive 0's are used to separate transitions. The beginning and end of the representation are designated by three 0's.
