

Berekenbaarheid 2015
Inhaaltoets
23 oktober 2015

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 3 opgaven die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis. Veel succes!

1. Laat zien dat iedere recursief opsombare taal ook herkend wordt door een standaard Turing-machine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ met $F = \{q_0\}$, dus waarbij de begintoestand q_0 de enige eindtoestand is.
2. Voor een Turing-machine M is het probleem H_M :

input: w
vraag: stopt M met input w ?

Het probleem P_2 is vervolgens:

input: $R(M)$
vraag: is H_M beslisbaar?

Laat zien dat P_2 onbeslisbaar is.

3. Gegeven een primitief recursieve functie g . De functie f is gedefinieerd door:

$$f(n) := \text{het aantal verschillende elementen in } \{g(x) \mid 0 \leq x \leq n\}$$

Dus $f(n)$ telt het aantal elementen in het bereik van g als het domein $\{0, \dots, n\}$ is. Laat zien dat f ook primitief recursief is.

Je mag gebruiken dat de functies op de achterkant van dit blaadje primitief recursief zijn.

Primitief recursieve functies

$$\text{id}(x) = x$$

$$z(x) = 0$$

$$s(x) = x + 1$$

$$p_i^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = x_i$$

$$c_n^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = n$$

$\text{pred}(y) = y \dot{-} 1$	$\text{eq}(x, y) =$ als $x = y$ dan 1 anders 0
$\text{add}(x, y) = x + y$	$\text{ne}(x, y) =$ als $x \neq y$ dan 1 anders 0
$\text{mult}(x, y) = x \cdot y$	$\text{max}(x, y) =$ het maximum van x en y
$\text{sub}(x, y) = x \dot{-} y$	$\text{min}(x, y) =$ het minimum van x en y
$\text{exp}(x, y) = x^y$	$\text{quo}(x, y) =$ als $y \neq 0$ dan $\lfloor x/y \rfloor$ anders 0
$\text{fact}(x) = x!$	$\text{rem}(x, y) =$ als $y \neq 0$ dan $x \bmod y$ anders x
$\text{sg}(x) =$ als $x \neq 0$ dan 1 anders 0	$\text{divides}(x, y) =$ als $y \neq 0$ en $y \mid x$ dan 1 anders 0
$\text{cosg}(x) =$ als $x \neq 0$ dan 0 anders 1	$\text{even}(x) =$ als x even is dan 1 anders 0
$\text{lt}(x, y) =$ als $x < y$ dan 1 anders 0	$\text{prime}(x) =$ als x priem is dan 1 anders 0
$\text{gt}(x, y) =$ als $x > y$ dan 1 anders 0	$\text{pn}(x) =$ het x -de priemgetal
$\text{le}(x, y) =$ als $x \leq y$ dan 1 anders 0	(dus $\text{pn}(0) = 2$, $\text{pn}(1) = 3$, etc.)
$\text{ge}(x, y) =$ als $x \geq y$ dan 1 anders 0	