

**Berekenbaarheid 2017**  
**Toets 1**  
**22 september 2017**

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 4 onderdelen die samen 9 punten opleveren, 1 punt is gratis. Bij het ‘definiëren’ van een Turing-machine moet je deze geven door middel van een toestandsdiagram (en dus niet als tabel). In alle Turing-machines in deze toets mag je hulpsymbolen gebruiken. Veel succes!

1. Definieer een standaard Turing-machine  $M_1$  die de taal (2½ punten)

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat meer } a\text{'s dan } b\text{'s}\}$$

herkent door eindtoestand. Er geldt bijv.  $aba \in L_1$  maar  $abba \notin L_1$ .

2. Definieer een non-deterministische Turing-machine  $M_2$  die de taal (2½ punten)

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat een deelwoord } u \text{ met } |u| \geq 3 \text{ en } u = u^R\}$$

herkent door eindtoestand. Hierin is  $|u|$  de lengte van het woord  $u$ , en  $u^R$  is het woord  $u$  achterstevoren. Er geldt bijv.  $babbaa \in L_2$  want  $babbaa$  bevat  $abba$  als deelwoord, en  $abba$  is een palindroom van tenminste drie symbolen.

Zorg ervoor dat een input  $w \in L_2$  wordt herkend in hoogstens  $|w|+3$  stappen. Je mag zelf weten of je  $M_2$  met één of meerdere tapes definieert.

3. Definieer een numerieke Turing-machine  $M_3$  die de functie (2 punten)

$$f_3(n, m) = |n - m| = \begin{cases} n - m & \text{als } n \geq m \\ m - n & \text{als } n < m \end{cases}$$

uitrekent. Er geldt bijv.  $f_3(4, 5) = |4 - 5| = |-1| = 1$ . Je mag in de definitie van  $M_3$  de macro's op de achterkant van dit blaadje gebruiken.

4. Gegeven een recursief opsombare taal  $L_4$ . Laat zien dat deze ook altijd kan worden herkend door een standaard Turing-machine  $M_4$  *zonder hulpsymbolen*, dus een machine waarin  $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$ . (2 punten)

*Hint:* de constructie van een equivalente één-spoor Turing machine  $M'$  uit een meer-sporen Turing-machine  $M$  (zoals op het college behandeld) gebruikt geen extra hulpsymbolen, dus  $M'$  en  $M$  hebben daarbij dezelfde  $\Gamma$ .

