

# Berekenbaarheid 2017

## Toets 2

10 oktober 2017

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is de som van de punten voor de opgaven, plus nog 1 gratis punt. In alle opgaven mag je ervan uit gaan dat een universele Turing-machine  $U$  al gegeven is: die hoef je dus verder niet te definiëren. Veel succes!

1. Geef een woord  $w_1 \in \{0, 1\}^*$  (expliciet als een rij nullen en enen) met de eigenschap dat de universele Turing-machine  $U$  stopt met  $w_1$  als input, maar niet stopt met  $w_1w_1$  als input. In andere woorden, er moet gelden  $U(w_1)\downarrow$  en  $U(w_1w_1)\uparrow$ . Verklaar je antwoord. (3 punten)

Zie de achterkant van dit blaadje voor een relevant citaat uit het boek van Sudkamp.

2. Het probleem  $P$  heeft als input een Turing-machine  $M$ , en vraagt of er een  $w \in \{0, 1\}^*$  bestaat met de eigenschap dat  $M(w)\downarrow$  en  $M(ww)\uparrow$ . Dit probleem is onbeslisbaar. (3 punten)

Kan de stelling van Rice gebruikt worden om te laten zien dat  $P$  onbeslisbaar is? Zo nee, waarom niet? Zo ja, geef een bewijs van de onbeslisbaarheid van  $P$  dat de stelling van Rice gebruikt.

3. Laat zien dat het probleem  $P$  uit de vorige opgave onbeslisbaar is zonder de stelling van Rice te gebruiken. (3 punten)

Als er in je antwoord één of meer constructies voorkomen van Turing-machines in termen van een andere Turing-machine, geef deze dan (ook) door middel van een diagram.

---

(Relevant stukje van p. 355 van het boek van Sudkamp:)

A Turing machine  $M$  is defined by its transition function. A transition of a standard Turing machine has the form  $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$ , where  $q_i, q_j \in Q$ ;  $x, y \in \Gamma$ ; and  $d \in \{L, R\}$ . We encode the elements of  $M$  using strings of 1's:

Symbol	Encoding
0	1
1	11
$B$	111
$q_0$	1
$q_1$	11
$\vdots$	$\vdots$
$q_n$	$1^{n+1}$
$L$	1
$R$	11

Let  $en(z)$  denote the encoding of a symbol  $z$ . A transition  $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$  is encoded by the string

$$en(q_i)0en(x)0en(q_j)0en(y)0en(d).$$

The 0's separate the components of the transition. A representation of the machine is constructed from the encoded transitions. Two consecutive 0's are used to separate transitions. The beginning and end of the representation are designated by three 0's.

---