

Berekenbaarheid 2017

Toets 3

24 oktober 2017

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is de som van de punten voor de opgaven, plus nog 1 gratis punt. Veel succes!

1. We definiëren de numerieke functie f_1 door: (2 punten)

$$f_1(x, y) = x^y + y^x$$

Schrijf f_1 als compositie van functies uit de lijst op de achterkant van dit blaadje.

2. Gegeven een primitief recursieve functie k . We definiëren de numerieke functie f_2 door:

$$f_2(x, y) := \sum_{i=0}^y k(x, i)$$

- (a) Geef recursievergelijkingen voor f_2 , met recursie naar y . (1 punt)

- (b) Schrijf f_2 als (1 punt)

$$f_2 = \mathbf{primrec}(g, h)$$

waarbij g en h geschreven zijn als compositie van k en functies uit de lijst op de achterkant van dit blaadje.

- (c) Laat zien dat f_2 primitief recursief is zonder te gebruiken dat je al weet (1 punt)

dat je met begrensde operatoren primitief recursieve functies definieert. Je mag gebruiken dat de functies uit de lijst op de achterkant van dit blaadje allemaal primitief recursief zijn.

- (d) Geef de ariteiten van k , g , h en f_2 in deze opgave. (1 punt)

3. Gegeven een primitief recursieve functie l . We definiëren de numerieke functie f_3 door: (3 punten)

$$f_3(x) := \begin{cases} \uparrow & \text{als } l(x, y) \text{ een kwadraat is voor iedere } y \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Laat zien dat f_3 μ -recursief is. Je mag gebruiken dat de functies uit de lijst op de achterkant van dit blaadje allemaal primitief recursief zijn.

Primitief recursieve functies

$$\text{id}(x) = x$$

$$z(x) = 0$$

$$s(x) = x + 1$$

$$p_i^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = x_i$$

$$c_n^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = n$$

$$\text{pred}(y) = y \dot{-} 1$$

$$\text{add}(x, y) = x + y$$

$$\text{mult}(x, y) = x \cdot y$$

$$\text{sub}(x, y) = x \dot{-} y$$

$$\text{exp}(x, y) = x^y$$

$$\text{fact}(x) = x!$$

$$\text{sg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{cosg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 0 \text{ anders } 1$$

$$\text{lt}(x, y) = \text{als } x < y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{gt}(x, y) = \text{als } x > y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{le}(x, y) = \text{als } x \leq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{ge}(x, y) = \text{als } x \geq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{eq}(x, y) = \text{als } x = y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{ne}(x, y) = \text{als } x \neq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{max}(x, y) = \text{het maximum van } x \text{ en } y$$

$$\text{min}(x, y) = \text{het minimum van } x \text{ en } y$$

$$\text{quo}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } \lfloor x/y \rfloor \text{ anders } 0$$

$$\text{rem}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } x \bmod y \text{ anders } x$$

$$\text{divides}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ en } y \mid x \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{even}(x) = \text{als } x \text{ even is dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{prime}(x) = \text{als } x \text{ priem is dan } 1 \text{ anders } 0$$

$$\text{pn}(x) = \text{het } x\text{-de priemgetal}$$

(dus $\text{pn}(0) = 2$, $\text{pn}(1) = 3$, etc.)