Berekenbaarheid 2017
Inhaaltoets
27 oktober 2017

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Het cijfer voor deze toets is de som van de punten voor de opgaven, plus nog 1 gratis punt. Veel succes!

1. Laat zien dat het blank tape probleem ook onbeslisbaar is voor Turing-machines met $\Sigma = \{1\}$ en $\Gamma = \{B, 1\}$. (3 punten)

   (Je kunt als input voor dit probleem de code $R(M)$ uit het boek gebruiken waarin geen enkele transitie een 0 leest of schrijft.)

2. (a) De taal van het halting probleem is: (2 punten)

   $$L_H = \{R(M)w \mid M(w)\downarrow\}$$

   Laat zien dat het complement $\overline{L_H}$ van deze taal niet recursief opsombaar is.

   (b) Laat zien dat de taal (2 punten)

   $$L_2 := \{0w \mid w \notin L_H\} \cup \{1w \mid w \in L_H\}$$

   niet recursief opsombaar is, en dat het complement $\overline{L_2}$ van deze taal ook niet recursief opsombaar is.

3. Zij gegeven een primitief recursieve functie $o : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Laat zien dat er een partiële μ-recursieve functie $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ bestaat zodat het domein van f gelijk is aan het beeld van o, ofwel: (2 punten)

   $$\{x \in \mathbb{N} \mid f(x)\downarrow\} = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists n \in \mathbb{N}.\, x = o(n)\}$$

   (Het omgekeerde geldt ook, al hoort dat niet bij deze opgave: voor iedere μ-recursieve f met niet-leeg domein bestaat een primitief recursieve opsomming o waarvoor deze relatie geldt. Dit verklaart de term 'recursief opsombaar' voor een recursief opsombare taal.)