

Berekenbaarheid 2018

Toets 1

1 oktober 2018

Voor je verder leest, schrijf je naam en studentnummer op het antwoordvel. Er zijn 6 onderdelen die samen 9 punten opleveren, 1 punt is gratis. Veel succes!

1. Definieer (door middel van een toestandsdiagram) een standaard Turing-machine M_1 met $\Sigma = \{0, 1\}$ en $\Gamma = \{B, 0, 1, X, Y, U, V\}$ die zijn input verdubbelt, dus met (2 punten)

$$M_1(w) = ww$$

voor alle $w \in \Sigma^*$. Zorg ervoor dat bij terminatie de lees-/schrijfkop van M_1 weer vooraan de tape staat.

2. Definieer een numerieke Turing-machine M_2 die de functie (2 punten)

$$f_2(x) = (x \dot{-} 1)(x + 1)(x + 2)$$

uitrekent. Je mag in de definitie van M_2 gebruik maken van de macros op de achterzijde van dit blaadje.

3. Eén van de bewijzen van de onbeslisbaarheid van het halting probleem is een bewijs uit het ongerijmde. Er wordt (om daaruit een tegenspraak af te leiden) aangenomen dat het halting probleem beslisbaar zou zijn. Vervolgens wordt met deze aanname een Turing-machine D gedefinieerd met de eigenschap

$$D(R(M))\downarrow \iff M(R(M))\uparrow$$

- (a) Wat betekenen de notaties $M(w)\downarrow$ en $M(w)\uparrow$? (1 punt)
- (b) Beschrijf de constructie van deze machine D . Geef hierbij in het bijzonder aan hoe in deze constructie de aanname dat het halting probleem beslisbaar zou zijn wordt gebruikt. Je beschrijving mag zowel in woorden als in de vorm van een diagram. (1 punt)
- (c) Hoe wordt uit de hierboven gegeven eigenschap van D een tegenspraak afgeleid? (1 punt)
4. Het probleem P_4 heeft als input een code van een deterministische Turing-machine $R(M)$ en vraagt daarover of M de eigenschap heeft dat $M(w) = ww$ voor alle $w \in \Sigma^*$. Dit probleem vraagt dus of M een correcte uitwerking is van opgave 1 van deze toets. Laat zien dat dit probleem P_4 onbeslisbaar is. (Hint: bij het construeren van input voor dit probleem kan het handig zijn die in de vorm van een twee-tape machine te beschrijven.) (2 punten)

