RADBOUD UNIVERSITEIT NIJMEGEN

Faculteit NWI

Tentamen **Reflectie, HC001**, maandag 23 januari 17.30 – 19.30.

Het aantal punten dat je maximaal voor iedere opgave kunt behalen staat vermeld (totaal 100 punten, exclusief de bonus opgave 5).
Als $P$ je puntentotaal is, dan wordt je tentamencijfer bepaald door

$$\min(10, \frac{P}{10}).$$

**Je mag papieren aantekeningen bij je hebben** (het dictaat, de opgaven, uitwerkingen van de opgaven, je eigen aantekeningen, de geprinte slides, ...), **maar geen laptop, telefoon e.d.**

---

1. Beschouw over het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ de reguliere expressies

$$(b^*a)^*a$$
$$b(b^*a)^*a$$

en hun talen $L_1$ en $L_2$, respectievelijk.

**(20)** (a) Geef woorden $w_1$, $w_2$, $w_3$ en $w_4$ waarvoor geldt

$$\begin{array}{ll} w_1 \in L_1 & w_1 \in L_2 \\ w_2 \notin L_1 & w_2 \in L_2 \\ w_3 \in L_1 & w_3 \notin L_2 \\ w_4 \notin L_1 & w_4 \notin L_2 \end{array}$$

Motiveer je antwoorden.

**(15)** (b) Geef een contextvrije grammatica die de taal $L_2$ genereert.

**(10)** 2. (a) Geef een term $M$ uit de combinatorische logica waarvoor geldt

$$M\,x = \mathbf{S}\,(\mathbf{K}\,x)\,\mathbf{I}.$$

Motiveer je antwoord.

**(10)** (b) Geef een $\lambda$-term $P$ waarvoor geldt

$$P\,x = \lambda y.x\,P\,y\,P.$$

Motiveer je antwoord.

---

**Z.O.Z.**

3. Definieer de taal van *binaire* bomen:

$$\mathsf{tree} := \mathsf{l} \mid \mathsf{j}(\mathsf{tree}, \mathsf{tree}).$$

We definiëren de volgende functie op bomen:

$$\begin{array}{rcl} h(\mathsf{l}) & = & \mathsf{l} \\ h(\mathsf{j}(t_1, t_2)) & = & \mathsf{j}(h(t_1), \mathsf{j}(h(t_1), h(t_2))) \end{array}$$

**(10)** (a) Teken de bomen $b_1 := \mathsf{j}(\mathsf{l}, \mathsf{l})$ en $b_2 := \mathsf{j}(\mathsf{j}(\mathsf{l}, \mathsf{l}), \mathsf{l})$ en hun beeld onder $h$: $h(b_1)$ en $h(b_2)$.

**(10)** (b) Geef de Böhm-Berarducci code ($\ulcorner t \urcorner$) voor de bomen $b_2$ en $h(b_2)$ uit onderdeel (a).

**(15)** (c) Construeer een $\lambda$-term $H$ die $h$ $\lambda$-definieert op de Böhm-Berarducci codes voor bomen. (Dus een $H$ met de eigenschap $H \ulcorner t \urcorner = \ulcorner h(t) \urcorner$.) Laat zien dat $H \ulcorner b_2 \urcorner = \ulcorner h(b_2) \urcorner$

**(10)** 4. Laat zien dat er geen $\lambda$-term $F$ is waarvoor geldt

$$F\,M \;=\; \mathbf{c}_n \text{ als } n \text{ het aantal } \lambda\text{'s in } M \text{ is.}$$

Hint: je mag gebruik maken van het feit dat er termen $P$ en $Q$ zijn waarvoor geldt $P \neq Q$, in het bijzonder dat $\mathbf{I} \neq \mathbf{K}$.

(10) 5. **BONUS OPGAVE** Laat van de volgende functie $f : \Lambda \to \mathbb{N}$ zien dat hij $\lambda$-definieerbaar is (voor de Böhm-Piperno-Guerrini codering $M \mapsto \ulcorner M \urcorner$):

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 0 \\ f(P\,Q) & = & f(P) + f(Q) \\ f(\lambda x.P) & = & f(P) + 1 \end{array}$$

(Hierbij mag je ervan uitgaan dat de optelling $\lambda$-definieerbaar is d.m.v. de term $\mathsf{A}_+$.)

**EINDE**