Semantics of Logic Programming, Herfst 2013

Opgaven bij "SLD-resolutie en Herbrandmodellen"

1. Bekijk het volgende logische programma S

   1 $P(a, b) \leftarrow$

   2 $P(c, b) \leftarrow$

   3 $P(x, z) \leftarrow P(x, y), P(y, z)$

   4 $P(y, x) \leftarrow P(x, y)$

   (a) Geef een SLD afleiding van $\leftarrow P(a, c)$ met de rekenregel "neem het eerste doel".

   (b) Beschrijf de volledige SLD boom $\leftarrow P(a, c)$ bij deze zelfde rekenregel.

   (c) Laat 1 programma clausule weg (naar keuze) en beschrijf weer de volledige SLD boom van $\leftarrow P(a, c)$

2. Bekijk weer het logische programma uit de vorige opgave.

   (a) Geef het minimale Herbrand model van S. Interpreteer a en c hierbij als punten en de relatie $P(x, y)$ als "er is een pijl van x naar y".

   (b) Laat de derde clausule uit S weg en geef weer het minimale Herbrand model.

   (c) Laat de vierde clausule uit S weg en geef weer het minimale Herbrand model.

   (a) Laat zien dat $S := \{P(a), \exists x \neg P(x)\}$ geen Herbrand model heeft, maar wel een model. (Construeer een model van S en laat zien dat S geen Herbrand model heeft.)

   (b) Laat zien dat $S := \{Q(a) \vee P(a)\}$ wel een Herbrand model heeft, maar geen kleinste model. (Construeer twee Herbrand modellen van S waarvan de intersectie geen Herbrand model van S is.)

3. Bekijk het volgende logische programma S

   1 $R(x, f(x, y)) \leftarrow$

   2 $R(z, f(x, y)) \leftarrow R(z, f(y, x))$

   3 $R(0, x) \leftarrow$

   4 $R(x, z) \leftarrow R(x, y), R(y, z)$

   (a) Bepaal het Herbrand universum H_S voor S

   (b) We vatten de elementen uit H_S op als *binaire bomen* door 0 te zien als een "blad" en $f(t, q)$ te zien als de binaire boom met 2 subbomen t en q. Welke boom beschrijft $f(f(0, 0), f(0, f(0, 0)))$?

(c) Geef de interpretatie van R (in termen van binaire bomen) zodat je het minimale Herbrand model van S krijgt. (In dit model moet dus zo min mogelijk gelden, alleen alles wat uit S volgt.)

(d) Laat zien dat $\mathcal{M} = ((D, \subseteq, \emptyset, \cup), \mathcal{I})$ ook een model is van S, waarbij $D = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ (dus alle deelverzamelingen van $\{1, 2\}$). Schrijf voor jezelf even de interpretatiefunctie $\mathcal{I}$ op (dus zeg wat $\mathcal{I}(R)$, $\mathcal{I}(0)$ en $\mathcal{I}(f)$ zijn).

(e) Geef een formule A zodat $\mathcal{M} \models A$ en NIET $\mu(S) \models A$. ($\mu(S)$ is het minimale Herbrand model van S dat je boven beschreven hebt in termen van binaire bomen).